



-EXERCICE 10.1-

• **ENONCE** :

« Ralentissement d'un solide »

- On considère un solide, assimilé à un point matériel de masse m , en translation sur un plan horizontal, que l'on suppose être galiléen.
- En notant a et b deux constantes, ce solide est soumis à deux forces de frottement :
 - ♦ l'une solide (modélisant l'interaction solide-plan), de module $a \times m$
 - ♦ l'autre fluide (modélisant la résistance de l'air), de module $b \times mv^2$, où v est le module de la vitesse du solide.
- A l'instant initial, le solide est lancé avec une vitesse v_0 .
 - 1) Déterminer le temps T au bout duquel le solide s'arrête.
 - 2) Quelle est alors la distance L parcourue par le solide ?
 - 3) Que deviennent les résultats en l'absence de frottement solide ?

• CORRIGE :

« Ralentissement d'un solide »

1) Le solide est soumis à son poids, à la réaction normale du plan et aux forces de frottement ; en projetant le PFD appliqué au solide sur un axe horizontal Ox lié au plan, il vient :

$$m \frac{dv}{dt} = -ma - mbv^2 \Rightarrow \text{en séparant les variables, on obtient : } \frac{dv}{a + bv^2} = -dt \quad (1)$$

• On sait qu'une primitive de $\frac{1}{1+X^2}$ est $\text{Arctan } X \Rightarrow$ on « arrange » la relation (1) :

$$\frac{dv}{a + bv^2} = \sqrt{\frac{a}{b}} \times \frac{d\left(\sqrt{\frac{b}{a}} \times v\right)}{a \left[1 + \left(\sqrt{\frac{b}{a}} \times v\right)^2\right]} = -dt \Rightarrow [-t]_0^T = \left[\frac{1}{\sqrt{ab}} \times \text{Arctan} \left(\sqrt{\frac{b}{a}} \times v \right) \right]_{v_0}^0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{ab}} \times \text{Arctan} \left(\sqrt{\frac{b}{a}} \times v_0 \right)$$

2) On reprend la relation (1) en écrivant que $dx = v \times dt$, ce qui conduit à :

$$\frac{dv}{a + bv^2} = -\frac{dx}{v} \Rightarrow \frac{v \times dv}{a + bv^2} = \frac{1}{2b} \times \frac{2bv \times dv}{a + bv^2} = -dx \Rightarrow$$

$$[-x]_0^L = \left[\frac{1}{2b} \times \text{Ln}(a + bv^2) \right]_{v_0}^0 = \frac{1}{2b} \times [\text{Lna} - \text{Ln}(a + bv_0^2)] \Rightarrow L = \frac{1}{2b} \times \text{Ln} \left(1 + \frac{b}{a} \times v_0^2 \right)$$

3) En l'absence de frottement solide, $a \rightarrow 0 \Rightarrow T$ et $L \rightarrow \infty$

(un navire qui se contenterait de couper le moteur, mettrait très longtemps pour s'arrêter)